1.5.6 Potenciální energie

Předpoklady: 1505

Pedagogická poznámka: Na dosazování do vzorce $E_p = mgh$ není nic obtížného. Problém nastává v situacích, kdy není zcela jasné, jakou hodnotu dosadit za *h*. Hlavním smyslem hodiny je tedy samostatná orientace studentů v dosazování správných hodnot. Potřebují na to jediné – dostatek času. Není proto žádnou tragédií, pokud nestihnete poslední tři příklady, pokud se studenti v předchozím průběhu hodiny úspěšně poperou s dosazováním správných hodnot.

Minulá hodina: Jedním ze způsobů, jak dodat kuličce energii, bylo její vyzvednutí nad stůl. Zvednutá kulička může spadnout, během pádu na ní působí gravitační síla, která koná práci a zvětšuje kinetickou energii kuličky.
Kinetická energie se nebere z ničeho $\Rightarrow$ kulička zvednutá nad stůl má druh energie, který souvisí s její polohou. Tento druh energie mají v gravitačním poli všechny „zvednuté“ předměty. Tento druh energie souvisí s polohou, nazývá se proto **potenciální (polohová) energie**. Udává se (jako u všech druhů energie) v Joulech.

Př. 1: Představ si, jak Ti na hlavu padají z výšky různé předměty. Najdi veličiny, na kterých závisí velikost potenciální energie těchto předmětů před začátkem pádu, a najdi vzorec pro velikost potenciální energie.

Velikost potenciální energie závisí na:

- hmotnosti předmětu *m* (těžší předmět má více energie),
- výšce, ve které se předmět nachází *h* (ve větší výšce má více energie),
- síle gravitačního pole (na Měsíci je gravitace slabší a proto nebudou zranění od padajících předmětů tak vážná), sílu pole vyjadřujeme pomocí gravitačního zrychlení *g*,

$\Rightarrow$ vzorec $E_p = mgh$.

Pedagogická poznámka: Sílu gravitačního pole je většinou třeba studentům nabídnout tím, že jim připomenete, aby se ve svých úvahách nezaměřovali pouze na Zemi.

Vzorec vypadá velmi rozumně. Práce, kterou může díky pádu z výšky *h* vykonat gravitační síla: $W = Fs = F_g h = mgh = E_p$.

Př. 2: Stavební výtah zvedl do výšky cihly o hmotnosti 150 kg. Cihly tak získaly potenciální energii $10000\,\mathrm{J}$. Do jaké výšky výtah cihly zvedl? Jakou práci výtah při zvedání cihel vykonal?

Zvednuté cihly mají potenciální energii: $E_p = mgh$.

$$h = \frac{E_p}{mg} = \frac{10000}{150 \cdot 10}\,\mathrm{m} = 6{,}7\,\mathrm{m}$$

Práce, kterou výtah vykonal během zvedání, se musí rovnat získané potenciální energii $\Rightarrow$ $W = E_p = 10000\,\mathrm{J}$.

Výtah zvedl cihly do výšky 6,7 m a vykonal při tom práci 10000 J.

Pedagogická poznámka: Studenti práci většinou spočítají a kvůli zaokrouhlování výsledku jim nevyjde přesně stejná hodnota. Rovnost obou hodnot je možné na tabuli rychle dokázat obecným výpočtem: $h = \frac{E_p}{mg} = s \Rightarrow W = Fs = F_g s = mg \cdot \frac{E_p}{mg} = E_p$.

Př. 3: Ve třídě, jejíž podlaha se nachází 8 m nad zemí, zvedl učitel ze stolu vysokého 80 cm míč o hmotnosti 350g do výšky 60 cm nad stůl. Urči potenciální energii míče.

Záleží na tom, kam by nechal učitel míč spadnout.

- Míč by padal na stůl: h je výška nad stolem $\Rightarrow$ $h = 60\,\text{cm} = 0{,}6\,\text{m}$
  $E_p = mgh = 0{,}35 \cdot 10 \cdot 0{,}6\,\text{J} = 2{,}1\,\text{J}$.
- Míč by padal na podlahu: h je výška nad podlahou $\Rightarrow$ $h = 60 + 80\,\text{cm} = 1{,}4\,\text{m}$
  $E_p = mgh = 0{,}35 \cdot 10 \cdot 1{,}4\,\text{J} = 4{,}9\,\text{J}$.
- Míč by padal na zem: h je výška nad zemí $\Rightarrow$ $h = 60 + 80 + 800\,\text{cm} = 9{,}4\,\text{m}$
  $E_p = mgh = 0{,}35 \cdot 10 \cdot 9{,}4\,\text{J} = 32{,}9\,\text{J}$.

Pedagogická poznámka: Většina studentů použije první dosazení, ale najdou se i takoví, kteří použijí dosazení druhé nebo dokonce i třetí. Možnost diskuse je zaručena vždy. Většinou už při řešení příkladu se studenti ptají, kterou hodnotu mají použít. Odpovídám, že mají řešit příklad dle svého nejlepšího svědomí.

Který z výsledků je správný?
Všechny výsledky jsou správné.

- Při výpočtu kinetické energie jsme získali různé výsledky v závislosti na tom, ze které vztažné soustavy jsme předmět sledovali (vyhazování pivní lahve z vlaku).
- Při výpočtu potenciální energie získáme různé výsledky v závislosti na tom, ze kterého místa měříme výšku, ve které se předmět nachází. Místu, odkud výšku měříme, říkáme místo s **nulovou hladinou potenciální energie**.

Tělesa nacházející se v gravitačním poli mají **potenciální (polohovou) energii**.
Potenciální energie tělesa se vždy vztahuje ke dvěma bodům:

- poloze tělesa,
- místu, kde bychom potenciální energii považovali za nulovou (místo s nulovou hladinou potenciální energie).

Ve výšce h nad nulovou hladinou potenciální energie je potenciální energie tělesa o hmotnosti m určena vztahem: $E_p = mgh$. Vztah platí pouze, když můžeme zanedbat změny velikosti gravitačního zrychlení (na Zemi v malých vzdálenostech od povrchu).

Př. 4: Učebna má strop ve výšce 350 cm. Učitel vysoký 181 cm zvedl do výšky 160 cm nad podlahou třídnici o hmotnosti 150 g. Urči potenciální energii třídnice, pokud se hladina nulové potenciální energie nachází:

a) na úrovni podlahy,
b) na stole vysokém 75 cm,
c) ve výšce 181 cm nad podlahou,
d) ve výšce stropu.

Vysvětli význam znamének u jednotlivých výsledků.

a) Hladina nulové potenciální energie se nachází na úrovni podlahy.
Třídnice je 160 cm **nad** podlahou $\Rightarrow$ $h = 1,6\,\mathrm{m}$ $\Rightarrow$ $E_p = mgh = 0,15 \cdot 10 \cdot 1,6\,\mathrm{J} = 2,4\,\mathrm{J}$

b) Hladina nulové potenciální energie se nachází na stole vysokém 75 cm.
Třídnice je 85 cm **nad** stolem $\Rightarrow$ $h = 0,85\,\mathrm{m}$ $\Rightarrow$ $E_p = mgh = 0,15 \cdot 10 \cdot 0,85\,\mathrm{J} = 1,3\,\mathrm{J}$

c) Hladina nulové potenciální energie se nachází ve výšce 181 cm nad podlahou.
Třídnice je 21 cm **pod** zadanou výškou $\Rightarrow$ $h = -0,21\,\mathrm{m}$ $\Rightarrow$
$E_p = mgh = 0,15 \cdot 10 \cdot (-0,21)\,\mathrm{J} = -0,32\,\mathrm{J}$

d) Hladina nulové potenciální energie se nachází ve výšce stropu.
Třídnice je 190 cm **pod** stropem $\Rightarrow$ $h = -1,9\,\mathrm{m}$ $\Rightarrow$ $E_p = mgh = 0,15 \cdot 10 \cdot (-1,9)\,\mathrm{J} = -2,9\,\mathrm{J}$

Záporné znaménko u hodnoty potenciální energie znamená, že předmět má nižší energii, než by měl v nulové hladině, a museli bychom mu energii dodat, aby se na nulovou hladinu dostal.

Př. 5: Z výšky 30 cm nad stolem vysokým 75 cm spadne na zem kulička o hmotnosti 100 g. Urči její potenciální energii na počátku a na konci pádu. Urči změnu její potenciální energie během pádu. Za hladinu nulové potenciální energie považuj podlahu.

$m = 100\,\mathrm{g}$, $E_{p1} = ?$, $E_{p2} = ?$, $\Delta E_p = ?$
Počáteční potenciální energie: kulička je 105cm nad podlahou $\Rightarrow$ $h = 1,05\,\mathrm{m}$ $\Rightarrow$
$E_{p1} = mgh = 0,1 \cdot 10 \cdot 1,05\,\mathrm{J} = 1,05\,\mathrm{J}$.
Konečná potenciální energie: kulička je na zemi $\Rightarrow$ $E_{p2} = 0$.
$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = 0 - 1,05\mathrm{J} = -1,05\,\mathrm{J}$
Kulička měla počáteční potenciální energii 1,05 J, konečnou potenciální energii 0 J. Při pádu se její potenciální energie změnila o –1,05 J.

Záporné znaménko změny potenciální energie při pádu je srozumitelné. Při pádu se potenciální energie kuličky zmenšuje.

Př. 6: Z výšky 30 cm nad stolem vysokým 75 cm spadne na zem kulička o hmotnosti 100 g. Urči její potenciální energii na počátku a na konci pádu. Urči změnu její potenciální energie během pádu. Za hladinu nulové potenciální energie považuj desku stolu.

$m = 100\,\mathrm{g}$, $E_{p1} = ?$, $E_{p2} = ?$, $\Delta E_p = ?$

Počáteční potenciální energie: kulička je 30 cm nad stolem $\Rightarrow$ $h = 0,3\,\mathrm{m} \Rightarrow$

$E_{p1} = mgh = 0,1 \cdot 10 \cdot 0,3\,\mathrm{J} = 0,3\,\mathrm{J}$.

Konečná potenciální energie: kulička je 75 cm pod stolem $\Rightarrow$ $h = -0,75\,\mathrm{m} \Rightarrow$

$E_{p2} = mgh = 0,1 \cdot 10 \cdot (-0,75)\,\mathrm{J} = -0,75\,\mathrm{J}$.

$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = -0,75 - 0,3\,\mathrm{J} = -1,05\,\mathrm{J}$

Kulička měla počáteční potenciální energii 0,3 J, konečnou potenciální energii –0,75 J. Při pádu se její potenciální energie změnila o –1,05 J.

Z předchozích dvou příkladů je vidět, že změna potenciální energie je na rozdíl o samotné potenciální energie nezávislá na volbě nulové hladiny potenciální energie. Je to logické změna výšky nezáleží na tom, odkud měříme.

Př. 7: Když se malé děti učí chodit, velice často padají. Přesto se jim většinou nic vážného nestane a rozhodně nejsou následky jejich pádů tak vážné, jako když spadne při chůzi dospělý člověk. Vysvětli.

Během pádu se potenciální energie člověka přemění na energii pohybovou. Kinetické energie se pak tělo zbaví nárazem do země nebo jiného předmětu. Množství energie (a tedy i následky pádu), kterého se tělo nárazem zbavuje, je tedy závislé na množství potenciální energie stojícího člověka. Potřebné veličiny odhadneme. Jako výšku odhadujeme výšku těžiště člověka nad zemí.

$m_d = 12\,\mathrm{kg}$ $\quad h_d = 40\,\mathrm{cm} = 0,4\,\mathrm{m}$ $\quad m_D = 70\,\mathrm{kg}$ $\quad h_D = 90\,\mathrm{cm} = 0,9\,\mathrm{m}$

$E_{pd} = m_d g h_d = 12 \cdot 10 \cdot 0,4\,\mathrm{J} = 48\,\mathrm{J}$

$E_{pD} = m_D g h_D = 70 \cdot 10 \cdot 0,9 = 630\,\mathrm{J}$

Z výsledků je zřejmé, že energie, která způsobuje náraz je při pádu dospělého člověka, je více než desetkrát větší než při pádu dítěte. V podobném poměru jsou i následky pádu.

Pedagogická poznámka: Rozdíl má i biologické příčiny, například kostra dětí je daleko pružnější než kostra dospělých, malé děti jsou většinou baculatější.

Př. 8: Basketbalový míč musí podle pravidel splňovat následující podmínku: Pokud řádně nahuštěný míč pustíme volně z výšky 170 cm, sám se odrazí do výšky minimálně 150 cm. Vypočtěte absolutní a procentuální ztrátu mechanické energie míče při skoku. Hmotnost míče o velikosti 7 se může pohybovat v rozmezí 567 – 650 g (pro jednodušší výpočty zvol hmotnost 600 g).

$h_1 = 170\,\mathrm{cm} = 1,7\,\mathrm{m}$, $h_2 = 150\,\mathrm{cm}$, $m = 600\,\mathrm{g} = 0,6\,\mathrm{kg}$, $\Delta E_p = ?$

$E_{p1} = mgh_1 = 0,6 \cdot 10 \cdot 1,7\,\mathrm{J} = 10,2\,\mathrm{J}$

$E_{p2} = mgh_2 = 0,6 \cdot 10 \cdot 1,5\,\mathrm{J} = 9\,\mathrm{J}$

$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = 9 - 10,2\,\mathrm{J} = -1,2\,\mathrm{J}$

Procentuální ztráta

100% … 10,2 J

x% … 1,2 J

$$\frac{x}{100} = \frac{1,2}{10,2} \Rightarrow x = \frac{1,2}{10,2} \cdot 100 = 11,8\%$$

Míč ztratil potenciální energii 1,2 J, což je 11,8% potenciální energie, kterou měl na začátku.

Výpočet úbytku potenciální energie si můžeme usnadnit, když posuneme nulovou hladinu potenciální energie do výšky 150 cm. Pro počáteční hodnotu potenciální energie pak platí: $h_1 = 20\,\text{cm} = 0,2\,\text{m} \;\Rightarrow\; E_{p1} = mgh_1 = 0,6 \cdot 10 \cdot 0,2\,\text{J} = 1,2\,\text{J}$. Protože konečná hodnota potenciální energie je nulová, ihned vidíme, že platí $\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = 0 - 1,2\,\text{J} = -1,2\,\text{J}$. Problém je s procentuální ztrátou energie. Při tomto přístupu by byla stoprocentní, což evidentně neodpovídá smyslu příkladu. Jde o dobrý příklad zadání, které sice není fyzikálně zcela korektní, ale obecně je vcelku srozumitelné.

Př. 9: Těleso o hmotnosti 10 kg je puštěno z výšky 2 m a zaryje se do hloubky 2,3 cm, Vypočtěte průměrný odpor půdy.

$m = 10\,\text{kg} \qquad h = 2\,\text{m} \qquad s = 2,3\,\text{cm} = 0,023\,\text{m} \quad F = ?$

V příkladu neuvažujeme odpor vzduchu. Polohová energie tělesa se přemění na pohybovou a ta se při zarývání do země přemění na práci.

$E_p = W$

$$mgh = Fs \Rightarrow F = \frac{mgh}{s}$$

$$F = \frac{mgh}{s} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 2}{0,023} = 8700\,\text{N}$$

Průměrný odpor půdy je 8700 N.

Př. 10: Při skocích do vody z výšky *h* m pronikne skokan rukama do hloubky 2 m. Do jaké hloubky proniknou jeho ruce, když bude skákat z dvojnásobné výšky? Odpor vzduchu zanedbej a předpokládej, že odpor vody bude v obou případech stejný.

$h_2 = 2h_1 \qquad x_1 = 0,1\,\text{m} \qquad x_2 = ?$

Před skokem má skokan potenciální energii, ta se během letu přemění na kinetickou energii, která se při prorážení vody přemění na práci. Práce, kterou vykoná při prorážení vody se tedy musí rovnat jeho potenciální energii před skokem.

Při prvním skoku: $E_p = W \Rightarrow mgh_1 = Fx_1 \Rightarrow \dfrac{h_1}{x_1} = \dfrac{F}{mg}$

Při druhém skoku: $E_p = W \Rightarrow mgh_2 = Fx_2 \Rightarrow \dfrac{h_2}{x_2} = \dfrac{F}{mg}$

Pravé strany obou rovnic se rovnají, musejí se rovnat i levé.

$$\frac{h_1}{x_1} = \frac{h_2}{x_2} \Rightarrow x_2 = \frac{h_2}{h_1} x_1$$

$$x_2 = \frac{h_2}{h_1} x_1 = \frac{2h_1}{h_1} 2\,\text{m} = 4\,\text{m}$$

Při skoku z dvojnásobné výšky proniknou skokanovy ruce do dvojnásobné hloubky.

Poznámka: Výsledek příkladu je zřejmý z toho, že potenciální energie je přímo úměrná výšce tělesa. Ve dvojnásobné výšce má skokan dvojnásobnou energii, může ve vodě vykonat dvojnásobnou práci a tím proniknout do dvojnásobné hloubky.

Př. 11: Jaká bude opravdová hloubka, do které proniknou skokanovi ruce ve skutečnosti v porovnání s výsledkem vypočteným v předchozím příkladě.

Hloubka bude méně než dvojnásobná. Při rychlejším pohybu brzdí skokana větší odpor vzduchu a ztratí větší část energie než při skoku z menší výšky.

Shrnutí: Potenciální energie je určena výškou, hmotností a silou gravitačního pole. Její velikost také ovlivňuje volba nulové hladiny potenciální energie.